VII ENCUENTRO DE EGRESADOS DE LA ESCUELA PROFESIONAL DE FÍSICA UNSA

Modelos efectivos de QCD Holográfica en la descripción de QGP

Nairy Aleximar Villarreal

Univerdidade Federal do ABC
UFABC-Brasil
2022

Introducción y Motivación

- Cromodinámica Cuántica (QCD): *Describe interacciones fuertes*
- Altas energías → libertad asintótica
  QCD perturbativa
- Bajas energías → confinamiento
  Métodos no perturbativos

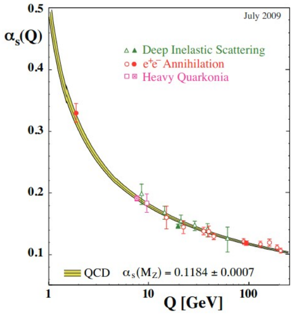

Figura 1: Constante de Acoplamiento de QCD comparada con datos experimentales

Plasma de Quarks y Gluones (QGP)

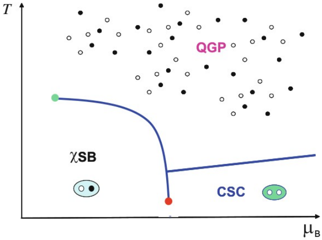

Figura 2: Diagrama de fase de QCD. Natsuume(2015)

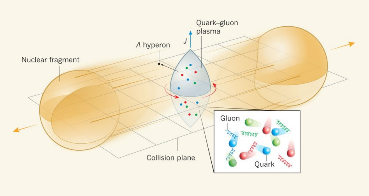

Figura 3: Formación de QGP en una colisión de iones pesados

Correspondencia AdS/CFT

- Espacio-tiempo Anti de-Sitter / Teoría de Campo Conforme (AdS/CFT) [1]

Soluciones de las ecuaciones de Einstein con constante cosmológica negativa

Teorías de campos invariante por transformaciones conformes (Poincare, *Gauge* y Especiales)

Supercuerdas tipo IIB en $\mathrm{AdS}_5 \times S^5 \leftrightarrow \mathcal{N} = 4$ Super Yang-Mills $3 + 1\,d$

[1] J.M. Maldacena,Adv. Theor. Math. Phys. 2, 231 (1998).

Correspondencia AdS/CFT

Figura 4: Representación Artística de la Correspondencia AdS/CFT. Ilustración J.F. Podevin

QCD Holográfica (HQCD)

- Modelos *Top-down* $\begin{cases} \text{SYM } \mathcal{N}=4 & \Longleftrightarrow & \text{IIB } AdS_5 \times S^5 \\ \Updownarrow & & \Updownarrow \\ \approx \text{QCD} & \Longleftrightarrow & \text{Teoría de cuerdas} \end{cases}$

- Modelos *Bottom-up* $\begin{cases} \text{CFT } 4d & \Longleftrightarrow & \text{AdS}_5 \\ \Updownarrow & & \Updownarrow \\ \text{CFT deformada} \approx \text{QCD} & \Longleftrightarrow & \text{AdS}_5 \text{ deformado} \end{cases}$

HQCD

- Acción Einstein-Dilaton 5d

$$S = M_p^3 N_c^2 \int d^5x\sqrt{-g}[R - \frac{4}{3}g^{mn}\partial_m\phi\partial_n\phi + V(\phi)], \tag{1}$$

- Las ecuaciones de movimiento viene dadas

$$\frac{8}{3}\nabla^2\phi + \frac{dV(\phi)}{d\phi} = 0. \tag{2}$$

$$R_{mn} = \frac{4}{3}\partial_m\phi\partial_n\phi - \frac{1}{3}g_{mn}V(\phi) \tag{3}$$

HQCD

Las características de QCD que queremos estudiar establecen el sistema Einstein-Dílaton que debemos resolver

$$g_{mn} \qquad \phi \qquad V$$

En general para resolver el sistema de ecuaciones es posible:

- Fijar el potencial de campo y resolver la estructura métrica y el campo escalar.[2]
- Fijar la estructura métrica para resolver el campo escalar y el potencial.
- Fijar el campo escalar y resolver la estructura métrica y el potencial.

[2] U. Gürsoy, E. Kiritsis, L. Mazzanti and F. Nitti, JHEP 0905, 033 (2009)

HQCD a temperatura cero

- El *ansatz* adoptado es:

$$ds^2 = e^{2A(z)}[dz^2 + \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu], \qquad \phi = \phi(z), \tag{4}$$

  donde $\mu = t, x^i$ e $i = 1, 2, 3$

- Para garantizar que exista libertad asintótica $\phi(z) \to z^4$ para $z \to 0$ (región UV) y confinamiento $\phi(z) \to z^2$ para $z \to \infty$ (región IR)

$$\phi(z) = cz^2 \tag{5}$$

- Es posible obtener el espectro de mesón vectoriales, $m^2_{V_n} = 4c(n+1)$ [3]
- Y también obtener el espectro de *Glueballs* escalares, $m^2_{G_n} = 4c(n+2)$ [4]
- El acoplamiento del campo escalar con la métrica, lleva al rompimiento espontánteo de simetría, $\langle T^\mu_\mu \rangle \neq 0.$ [5]

---

[3] A. Karch, E. Katz, D. T. Son and M. A. Stephanov, Phys. Rev. D 74, 015005 (2006)

[4] Alex S. Miranda, et.al JHEP 0911, 119 (2009)

[5] A. Ballon-Bayona, et.al. Phys. Rev. D 97, no. 4, 046001 (2018)

HQCD a temperatura finita

- Comencemos considerando un agujero negro AdS plano-simétrico

$$ds^2 = \left(-\frac{f(z)}{\xi_1^2(z)} dt^2 + \frac{1}{f(z)\xi_2^2(z)} dz^2 + \frac{1}{\xi_1^2(z)} dx_i dx^i \right) \tag{6}$$

- Dual a una teoría de campos con simetría conforme a temperatura finita.

- La temperatura del agujero negro es dada por la temperatura de Hawking.

HQCD a temperatura finita (Estudio de perturbaciones)

Correspondencia AdS/QCD

Perturbaciones de agujeros negros $\Leftrightarrow$ Perturbaciones TC en equilíbrio térmico

Perturbaciones gravitacionales

$\Updownarrow$

Variable invariantes de calibre

$\Updownarrow$

Modos cuasinormales de agujeros negros

$\Updownarrow$

Límite Hidrodinámico

$\Updownarrow$

Coeficientes de transporte

HQCD a temperatura finita[6]

Sector Escalar

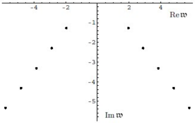

Figura 5: Modos cuasinormales

En este sector no hay modo hidrodinámico compatible

Sector *Shear*

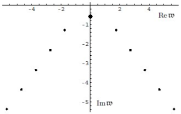

Figura 6: Modos cuasinormales y modo hidrodinámico

Del límite hidrodinámico y la relación de dispersión para el modo de cizallamiento (*Shear*)

$$\mathfrak{w} = -i\frac{1}{4\pi T}q^2,$$

Viscosidad de cizallamiento

$\eta/s = 1/4\pi$

Sector Onda de sonido

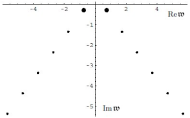

Figura 7: Modos cuasinormales

Del límite hidrodinámico y la relación de dispersión

$$\mathfrak{w} = \pm\frac{\mathfrak{q}}{\sqrt{3}} - \frac{i\mathfrak{q}^2}{3},$$

La velocidad del sonido

$c_s = \frac{1}{\sqrt{3}}$

[6] P. K. Kovtun and A. O. Starinets, Phys. Rev. D 72, 086009 (2005), arXiv:hep-th/0506184 [hep-th].

HQCD a temperatura finita[7]

- Primero consideramos un *ansatz* de tipo agujero negro AdS plano-simétrico y un dilaton cuadrático,

$$ds^2 = \frac{1}{\xi^2(z)}\left(-f(z)dt^2 + \frac{1}{f(z)}dz^2 + dx_i dx^i\right), \quad \phi(z) = cz^2, \tag{7}$$

- Como resultado obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\frac{\xi''(z)}{\xi(z)} - \frac{4}{9}\phi'^2(z) = 0; \tag{8}$$

$$\frac{f''(z)}{f'(z)} - 3\frac{\xi'(z)}{\xi(z)} = 0; \tag{9}$$

$$3\xi''(z) - 12\frac{\xi'^2(z)}{\xi(z)} + 3\frac{f'(z)\xi(z)}{f(z)} + \frac{V(\phi)}{\xi(z)f(z)} = 0, \tag{10}$$

donde $'$ indica la derivada en relación a z.

[7] N.A. Villarreal, L.A.H. Mamani, A. Miranda and V. Zanchin. Transport coefficients and quasinormal modes in Einstein-dilaton holography (En breve)

HQCD a temperatura finita (Propiedades termodinámicas)

- Obtenemos la solución analítica de la ecuación (8)

$$\frac{\xi''(z)}{\xi(z)} - \frac{4}{9}\phi'^2(z) = 0, \qquad \xi(z) = z \ {}_0F_1\left[\frac{5}{4}, \frac{c^2 z^4}{9}\right]. \qquad (11)$$

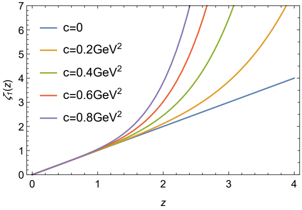

Figura 8: El factor de deformación para diferentes valores de c. Para $c = 0$ tenemos un espacio AdS.

HQCD a temperatura finita (Propiedades termodinámicas)

- La temperatura del agujero negro viene dada por la temperatura de Hawking $T = \frac{|f'(z_h)|}{4\pi}$

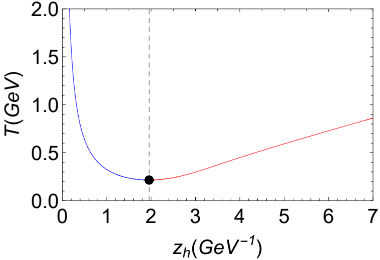

Figura 9: Temperatura en función de la posición del horizonte z_h para $c = 0.4\ GeV^2$. La línea discontinua indica el valor de $z_h = z_{min} = 1.9551\ GeV^{-1}$ para el cual la temperatura es mínima $T_{min} = 0.215\ GeV$.

HQCD a temperatura finita (Propiedades termodinámicas)

- Densidad de Entropía

$$s = \frac{S}{V_3} = \frac{N_c^2}{2\pi}\frac{1}{\xi^3(z_h)}\,. \qquad (12)$$

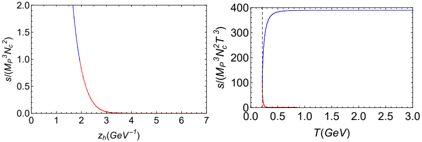

Figura 10: Densidad de entropía Vs: posición del horizonte (izquierda), de la temperatura (derecha)

- Calor específico

$$C_v = T\frac{ds}{dT}. \qquad (14)$$

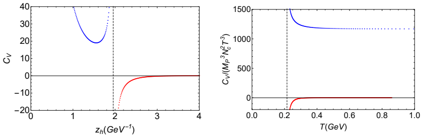

Figura 11: Calor específico Vs: posición del horizonte (izquierda), temperatura (derecha). Fase termodinámicamente estable (Azul) e inestable (rojo) de los agujeros negros.

Agujero Negro Grande $z_h \to 0$

$$s(T) \approx \frac{\pi^2 T^3}{2} - \frac{2c^2}{15\pi^2 T} \qquad (13)$$

Agujero Negro Grande $z_h \to 0$

$$C_V(T) \approx \frac{3\pi^2 T^3}{2} + \frac{2c^2}{15\pi^2 T} \qquad (15)$$

HQCD a temperatura finita (Propiedades termodinámicas)

- Velocidad del sonido

$$c_s^2 = \frac{s}{C_v}. \tag{16}$$

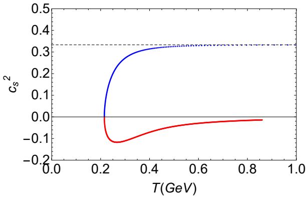

Figura 12: Velocidad del sonido en función de la temperatura, la línea punteada horizontal corresponde al valor conforme 1/3.

Agujero Negro Grande $z_h \to 0$

$$c_s^2(T) \approx \frac{1}{3} - \frac{16c^2}{3\,(4c^2 + 45\pi^4 T^4)} \tag{17}$$

HQCD a temperatura finita (Propiedades termodinámicas)

- Anomalía de la traza

$$\langle T^{\mu}_{\mu} \rangle = \epsilon - 3p \tag{18}$$

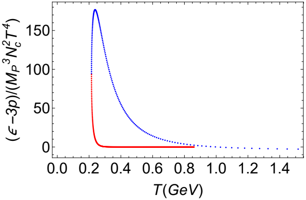

Figura 13: Anomalía de la traza en función de la temperatura. Los valores $\neq 0$ implica el rompimiento espontáneo de simetría conforme.

HQCD a temperatura finita (Estudio de perturbaciones)

Correspondencia AdS/QCD		
Perturbaciones de agujeros negros	$\Leftrightarrow$	Perturbaciones TC en equilíbrio térmico

Perturbaciones (1) y (2)

$\Updownarrow$

Variable invariantes de calibre Z_p

$\Updownarrow$

Modos cuasinormales de agujeros negros $Re\mathfrak{w} Vs. Im\mathfrak{w}$

$\Updownarrow$

Límite Hidrodinámico $\mathfrak{q} \ll 1, \mathfrak{w} \ll 1$

$\Updownarrow$

Coeficientes de transporte

HQCD a temperatura finita (Sector Escalar)

- Consideramos la variable invariante de calibre $Z_3 = H_{x^1x^2}$

$$\left(\frac{f'(u)}{f(u)} - \frac{f''(u)}{f'(u)}\right) Z_3'(u) + \frac{Z_3(u)\left(\mathfrak{w}^2 - \mathfrak{q}^2 f(u)\right)}{f(u)^2} + Z_3''(u) = 0, \qquad (19)$$

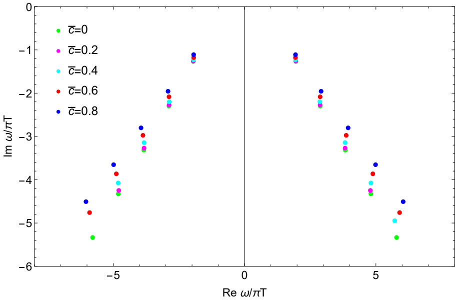

Figura 14: Modos cuasinormales, para diferentes valores de c. Para $c = 0$ (sin Dilaton) recuperamos Kovtun-Starinets (KS)

HQCD a temperatura finita (Sector *Shear*)

- La variable invariante de calibre $Z_1 = qH_{tx^1} + \omega H_{x^3x^1}$.

$$Z_1'(u)\left(\frac{\mathfrak{w}^2 f'(u)}{f(u)\left(\mathfrak{w}^2 - \mathfrak{q}^2 f(u)\right)} - \frac{f''(u)}{f'(u)}\right) + \frac{Z_1(u)\left(\mathfrak{w}^2 - \mathfrak{q}^2 f(u)\right)}{f(u)^2} + Z_1''(u) = 0 \quad (20)$$

En el límite $\mathfrak{w} \ll 1$ y $\mathfrak{q} \ll 1$, imponiendo condiciones de Dirichlet en la frontera $(u = 0)$.

$$\mathfrak{w} = -i\frac{\mathfrak{q}^2}{4} \qquad \text{ou} \qquad \omega = -i\frac{q^2}{4\pi T}$$

De hidrodinámica, la relación de dispersión para el modo de cizallamiento

$$\omega = -i\gamma_\eta q^2 \qquad \text{onde} \qquad \gamma_\eta = \frac{\eta}{sT},$$

Es posible identificar la relación $\eta/s = 1/4\pi$.

HQCD a temperatura finita (Sector *Shear*)

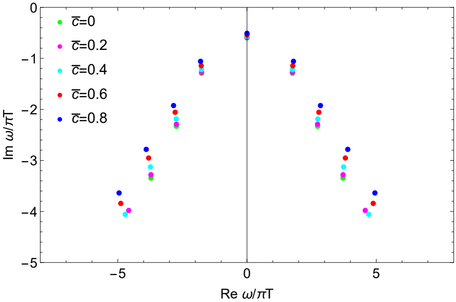

Figura 15: Modos cuasinormales del sector *Shear*, para diferentes valores de $\bar{c}$. Para $\bar{c} = 0$ (sin Dilaton) recuperamos Kovtun-Starinets (KS). Vemos el modo hidrodinámico ($Re(\mathfrak{w}) = 0$)

$\bar{c}$	$\mathfrak{w}$
0	$-0.59806i$
0.2	$-0.59075i$
0.4	$-0.57055i$
0.6	$-0.54152i$
0.8	$-0.50785i$

Table 1: La frecuencia hidrodinámica para diferentes valores de $\bar{c}$.

HQCD a temperatura finita (Sector Onda de sonido)

En desarrollo!!!

Finalmente

- La correspondencia AdS/CFT representa una alternativa en el estudio de propiedades dinámicas en tiempo real del QGP.
- Modelos efectivos como HQCD, en particular modelos Einstein-Dilaton, pueden ser resueltos de manera consistente.
- El acoplamiento del campo escalar con la métrica rompe la simetría conforme, se hace evidente en la anomalía de la traza y también en el comportamiento de los modos quasinomales.
- En nuestra perspectiva futura está resolver el sector de onda de sonido, en el límite hidrodinánico y los modos cuasinormales.
- Considerar campos electromagnéticos, en ese caso trataremos con sistemas llamados Einstein-Maxwell-Dilaton dual a un plasma no-conforme cargado.

Gracias!